Tangente Éducation 46

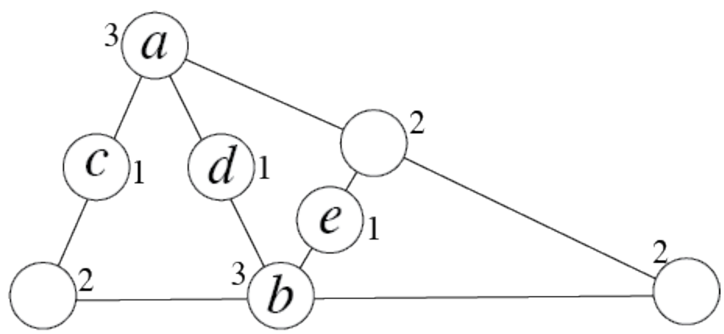
32e championnat des jeux mathématiques et logiques

(Solutions)

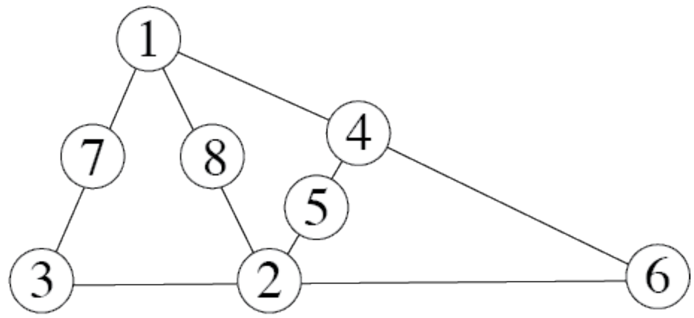
Sommes toutes

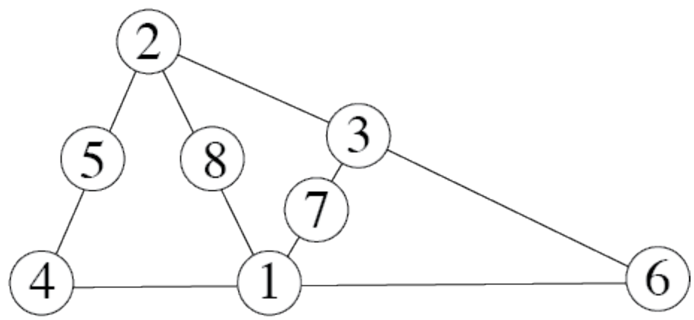
(à partir de la catégorie CM et au-delà)

On observe que certaines cases appartiennent à trois alignement, d'autres à deux alignements et d'autres enfin à un seul alignement.



Le nombre 11 peut de décomposer de cinq façons en sommes de trois nombres entiers distincts choisis parmi les nombres de 1 à 8 :
11 = 1 + 2 + 8 = 1 + 3 + 7 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5.
Les seuls entiers apparaissant dans trois décompositions sont 1 et 2. On en déduit que 1 et 2 se placent dans les cases *a* et *b* et que la case *d* contient le nombre 8, les case *c* et *e* contenant 5 et 7 ou 7 et 5. Le nombre placé en bas à droite doit se décompose de deux façons contenant respectivement les nombres 1 et 2. Les seules décompositions disponibles sont 1 + 4 + 6 et 2 + 3 + 6. On en déduit que le nombre placé en bas à droite est **6**.
On vérifie qu'il existe bien deux solutions avec 6 en bas à droite :





Plus ou moins un

(à partir de la catégorie CM et au-delà)

Soit a le nombre central. On a alors les valeurs possibles suivantes :

a $a\pm2$	$a\pm1$	a $a\pm2$
$a\pm1$	a	$a\pm1$
a $a\pm2$	$a\pm1$	a $a\pm2$

Les cases grisées contiennent des nombres de même parité et les cases blanches des nombres de parité opposée à celle des cases grisées.
S'il est possible d'obtenir les valeurs 18 et 20, la case centrale doit contenir un nombre pair.
La somme des valeurs de toutes les cases est égale à $9a$ plus la somme des écarts.
La somme des écarts étant au plus égale à ±12, on en déduit que $a = 2$.
Les sommes possibles sont alors tous les nombres pairs de 14 à 30. Il y a donc **7 valeurs possibles autres que 18 et 20 : 14, 16, 22, 24, 26, 28 et 10**.

On vérifie que ces sept valeurs sont réalisables.

2	1	2
1	2	1
2	1	2

14

2	1	2
1	2	3
2	1	2

16

2	3	2
3	2	3
2	3	2

22

4	3	4
3	2	3
2	1	2

24

4	3	4
3	2	3
2	3	2

26

4	3	4
3	2	3
4	3	2

28

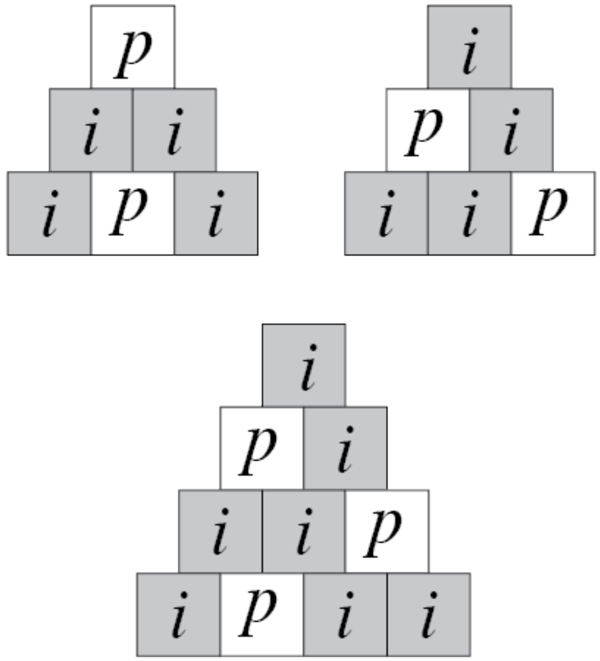
4	3	4
3	2	3
4	3	4

30

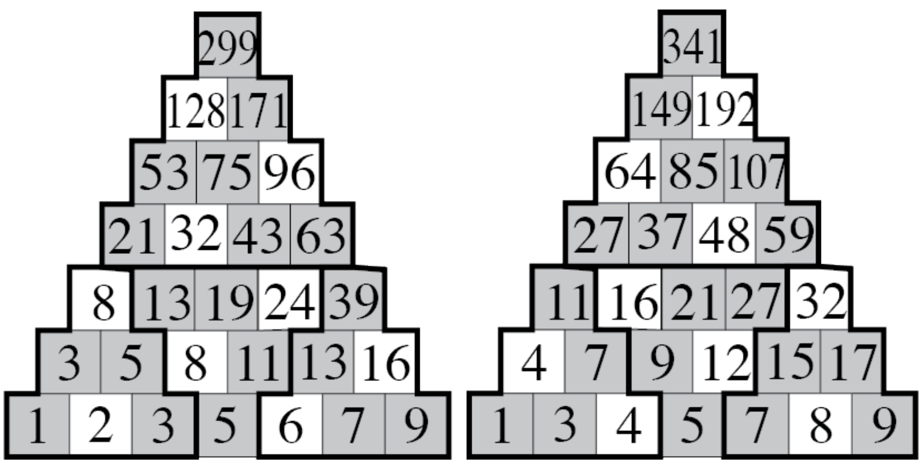
La pyramide pair-impair

(à partir de la catégorie C2 – 4^{e} et 3^{e} – et au-delà)

Pour une pyramide de 3 étages, le nombre maximal d'entiers impairs est 4 et pour une pyramide de 4 étages, ce nombre maximal est 7. Les configurations donnant ces valeurs, sont aux symétries près celles données dans les figures.



La pyramide de 7 étages se décompose en 3 pyramides de 3 étages (dont une inversée) et une pyramide de 4 étages. Pour atteindre un nombre total d'entiers impairs égal à 19, on doit avoir un maximum de nombres impairs dans chacune de ces pyramides.



Les seules possibilités pour l'étage du bas sont 1-2-3-5-6-7-9 et 1-3-4-5-7-8-9 qui conduisent aux deux solutions représentées sur la figure. Le nombre placé au sommet de la pyramide peut donc être égal à **299 ou à 341**.

Le termite

(à partir de la catégorie L1 – Lycée – et au-delà)

Dans l'étage du haut et dans l'étage du bas, le trajet du termite comporte au maximum 6 tronçons (4 dans les cubes des côtés et 2 à partir du cube central.
Dans l'étage du milieu, on a deux possibilités : soit le termite passe par le cube central, soit il n'y passe pas.
Si le termite ne passe pas par le cube central, on a au maximum 4 tronçons sur les côtés et 8 départs de tronçons vers les étages supérieur et inférieur.
Si le termite passe par le cube central, on a au maximum 6 tronçons dans ce niveau, mais seulement 6 départs de tronçons vers les étages supérieur et inférieur. Le maximum théorique est donc de 24 tronçons, ce qui correspond à la traversée de **24 petits cubes**. Ce maximum est réalisable comme le montre la figure.