Tangente Éducation 50

33e championnat des jeux mathématiques et logiques

(Solutions)

Le nombre de Trinity

Un nombre de Trinity n'est pas de la forme $a[1 + b(1 + c)]$ avec $b > 1$ et $c > 1$.
Tout nombre impair au moins égal à 7 est de la forme $1[1 + 2(1 + c)]$ avec $c > 1$.
On a $10 = 1[1 + 3(1 + 2)]$.
Tout nombre pair non multiple de 4 et au moins égal à 14 peut être écrit sous la forme $2\ [1 + 2(1 + c)]$ avec $c > 1$.
$20 = 2[1 + 3(1 + 2)]$.
Tout multiple de 4 mais pas de 8 au moins égal à 28 peut être écrit sous la forme $4[1 + 2(1 + c)]$ avec $c > 1$.
$16 = 1[1 + 3(1 + 4)]$; $32 = 2[1 + 3(1 + 4)]$;
$40 = 1[1 + 3(1 + 12)]$; $48 = 3[1 + 3(1 + 4)]$.
Ensuite tout multiple de 8 au moins égal à 56 peut être écrit sous la forme $8[1 + 2(1 + c)]$ avec $c > 1$.

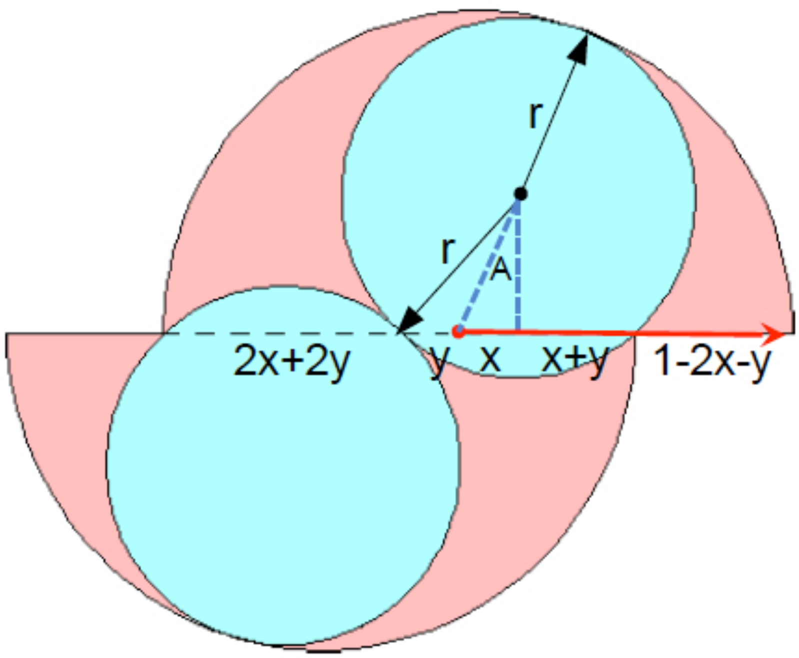
On en déduit que le nombre de Trinity est égal **à 8, à 12 ou à 24**.

Le lotissement de l'année

Désignons par x et y les côtés des carrés les plus petits, avec $x < y$.
Nous avons $x^2 + y^2 + (x + y)^2 + (x + 2y)$v $= 2019$,
d'où $2y^2 + 2xy + x^2 = 673$ et $y = [\sqrt{(1346 - x^2)} - x]/2$.
On en déduit que x est impair. De plus, $x < y$ implique $x^2 < 134{,}6 < 190$.
$34 = \sqrt{1156} = \sqrt{(1346 - 190)} < \sqrt{(1346 - x^2)} < \sqrt{(1346 + 23)} = \sqrt{1369} = 37$.
$\sqrt{(1346 - x^2)} = 35$ car 36 supposerait que x soit pair, d'où $x = 11$ et $y = 12$.
L'aire du grand rectangle est égale à $(x + 2y)(2x + 3y) = 2030\ \text{m}^2$.

L'aire du petit rectangle noir est donc égal à 2030 – 2019 = **11 m²**.

La trancheuse de jambon



En prenant le rayon d'un disque comme unité, nous avons :
$2x + 3y = 1$ soit $x + y = (x + 1)/3$ (I) ;
$1 - r = x/\mathrm{SinA}$ d'où $(x\mathrm{CosA}/\mathrm{SinA})^2 = (1 - r)^2 - x^2$ (II) ;
$(x + y)^2 + (x\mathrm{CosA}/\mathrm{SinA})^2 = r^2$.
D'après (I) et (II), $(x + 1)^2/9 + (1 - \mathrm{r})^2 - \mathrm{x}^2 = r^2$, soit $r = 9/16 - 4(x - 1/8)^2/9$.
Au maximum, x est égal à 1/8.

Le rayon est donc au plus égal à $224 \times 9/16 =$ **126 mm.**

Les pavages

Soient respectivement U_{n+2} et V_{n+2} les pavages complets et amputés d'un coin du rectangle $2 \times (n+2)$.
Nous avons $U_{n+2} = V_{n+2} + U_{n+1} + V_{n+1} + U_n$.
$V_{n+1} = U_n + V_n$.
En éliminant les U, $V_{n+3} = 3V_{n+2} + V_{n+1} - V_n$.
$V_1 = 1$, $V_2 = 3$, $V_3 = 10$.
$U_7 = V_8 - V_7 = 228V_3 + 49V_2 - 71V_1 =$ **2356**.