

Questions à résoudre avec ou sans ordinateur

Les problèmes qui suivent, issus ou adaptés de questions du Championnat des jeux mathématiques et logiques, se résolvent facilement à l'aide d'un programme informatique. On peut également les aborder uniquement par le raisonnement, même si la démarche peut prendre un peu plus de temps (mais est-ce bien certain ?).

1. Passez le 6 ou le 7 devant **

a) Il existe des nombres entiers finissant par 6 et tels qu'en faisant passer ce 6 devant, on trouve le nombre initial multiplié par 4.

Trouvez le plus petit nombre entier jouissant de cette propriété.

Existe-t-il d'autres nombres répondant à la question ?

b) Il existe des nombres entiers finissant par 7 et tels qu'en faisant passer ce 7 devant, on trouve le nombre initial multiplié par 3.

Trouvez le plus petit nombre entier jouissant de cette propriété.

2. Les tricubes **

La somme des cubes des chiffres du nombre 17 est égale à 344. Celle des cubes des chiffres de 344 est égale à 130, etc ...



Mais des nombres comme 0 et 1 sont, de façon évidente, égaux à la somme des cubes de leurs chiffres.

Trouvez tous les autres nombres entiers naturels égaux à la somme des cubes de leurs chiffres.

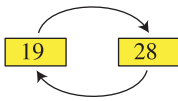


Niveau de difficulté

- * facile
- ** pas facile
- *** difficile

3. Les critubes **

Le cube de 19 est 6859, dont la somme des chiffres est égale à 28.
Le cube de 28 est 21 952, dont la somme des chiffres vaut 19.



Mais il existe des nombres entiers naturels qui sont égaux à la somme des chiffres de leur cube (attention, ce problème diffère de la question précédente !).

On sait qu'il n'existe que sept nombres entiers naturels égaux à la somme des chiffres de leur cube :

- trois nombres à un seul chiffre (0, 1 et 8)

- et quatre nombres à deux chiffres.

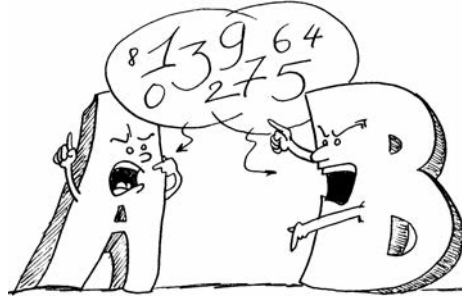
Trouvez ces quatre nombres à deux chiffres égaux à la somme des chiffres de leur cube.

4. La suite infernale ***

Trouvez un nombre entier naturel A le plus grand possible qui divise deux éléments consécutifs de la suite $2017 + N^2$, sachant que N est un entier s'écrivant avec dix chiffres.

5. La suite de José ***

Un ordinateur exécute le programme suivant.



Si l'on introduit deux chiffres a et b , il les écrit, puis il écrit le chiffre des unités de la somme $a + b$. Il continue ensuite en écrivant, à chaque étape, le chiffre des unités de la somme des deux termes précédents.

José, après avoir introduit les deux premiers chiffres a et b tels que $a < b$, constate que l'ordinateur obtient une suite de quatre chiffres qui se répète indéfiniment.

Quels étaient les deux chiffres introduits par José ?

6. Les carrés bègues **

Le nombre 88 a un carré de la forme $aabb$: $88^2 = 7744$.

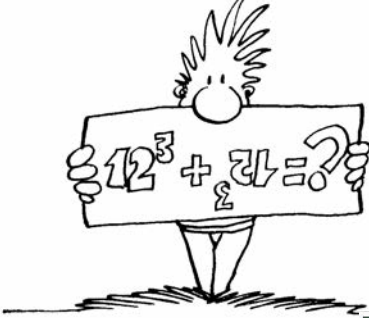
Trouvez tous les carrés qui s'écrivent $aabbcc$, $aabbccdd$, $aabbccdde$, a, b, c, d, e étant des éléments pas forcément distincts de l'ensemble

$\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}$ mais où $a \neq 0$.



7. C'est mieux sans ordinateur ***

N est un nombre de deux chiffres, M est le nombre obtenu en inversant les deux chiffres de N. En faisant la somme $N^3 + M^3$, on trouve un carré. Que vaut N ?



Aimablement et docilement, les clients s'exécutent.

Durant la nuit suivante, l'hôtelier oublie de retirer les pancartes, si bien que le lendemain les clients, bêtes et disciplinés, obéissent encore aux injonctions des pancartes.

On se trouve alors dans la situation suivante.

client	Un	Deux	Trois	Quatre	Cinq	Six	Sept	Huit
chamb ^{re}	3	11	15	10	8	14	5	9
client	Neuf	Dix	Onze	Douze	Treize	Quatorze	Quinze	Seize
chamb ^{re}	13	16	7	4	5	2	1	12

Retrouvez les indications des pancartes (complétez le tableau suivant) :

vous êtes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
vous irez				5												

8. L'hôtel UBU ***

Dans l'hôtel Ubu (qui contient seize chambres), Monsieur Un occupe la chambre n° 1, Monsieur Deux la chambre n° 2, ... Monsieur Seize la chambre numéro 16.

Mais l'employé de réception, qui connaît mal le fonctionnement de l'ordinateur, introduit incorrectement les noms, et affecte à chaque client un numéro différent de celui de la chambre occupée.

Plutôt qu'une nouvelle programmation, hasardeuse, de l'ordinateur, il décide de déplacer les clients. Chacun trouve donc, sur sa porte, à son réveil, une pancarte ainsi libellée : "Vous étiez en chambre n° X. Rendez vous en chambre n° Y". Exemple, sur la porte de la chambre n° 4 :

**Vous étiez en chambre n°4.
Rendez vous en chambre n°5.**



Solutions en pages 81 et 82