**Tangente Éducation 45**

# Fusées mathématiques à plusieurs étages

**(Solutions)**

## *Le Flocon de Von Koch*

**1**. Lorsqu'on passe d'une étape à la suivante, chaque côté donne naissance à quatre nouveaux côtés. La figure de l'étape 3 coptera donc 48 × 4 = **192 côtés**.

**2.** Lorsqu'on passe d'une étape à la suivante, chaque côté donne naissance à quatre nouveaux côtés qui sont trois fois plus petits que les côtés de l'étape précédente. La longueur en centimètres de la figure de l'étape 4 sera donc égale à 27 × $(4/3)^4$, soit à **256/3** ou **environ 85,33 cm**.

**3.** Lorsqu'on passe de l'étape $n$ à l'étape $n$ + 1, on ajoute une aire égale à

$$(4/9)^n \times A/3.$$

L'aire de la figure de l'étape 5 sera donc égale à

$$\frac{A}{3}\left(4 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81} + \frac{64}{729} + \frac{256}{6561} + \frac{1024}{59049}\right)$$

= A × 282616/177147 soit **environ 1,5954 × A**.

Lorsqu'on construit les étapes successives, l'aire du flocon tend vers

$$A + \frac{A}{3}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{4}{9}\right)^n = 1{,}6\ A$$

## *Courses avec ou sans handicap*

**(Logimath 1 & 2. Michel Criton, Éditions POLE, 96 pages, 2005)**

**1.** En une seconde, le champion d'Améribe parcourt 12 carreaux tandis que le champion de Spanam n'en franchit que 10. Il prend donc l'équivalent d'un largo d'avance par seconde.

**2.** Avec les notations du jeu précédent, 1 bond de renard = 1 largo et 1 bond de chien = 1 longo. Pendant que le renard fait 5 bonds, le chien, qui en fait 4, prend au renard l'équivalent d'un bond de renard. Il rattrapera donc les 27 bonds de renard de retard en 27 fois plus de bonds, soit **en 108 bonds (de chien).**

**3.** Sur le plat : 4 bonds de Sacco = 5 bonds de Justin.
On peut représenter un bond de Sacco par 5 carreaux et un bond de Justin par 4 carreaux.
Prenons pour unité de temps le temps mis par Sacco pour avancer de 6 bonds (et par Justin de 5 bonds). Dans un tel temps, Sacco parcourt 6 x 5 = 30 carreaux et Justin 5 x 4 = 20 carreaux.
Sur le tapis : tandis que Sacco fait 2 bonds (10 carreaux), le tapis avance d'un bond de Justin (4 carreaux). Dans une unité de temps, le tapis avance donc de trois fois plus, soit 3 bonds de Justin ou 12 carreaux.
La vitesse de Justin sur le tapis (par rapport au sol) sera donc de 32 carreaux par unité de temps.
Justin rattrapera donc les 2 bonds d'avance de Sacco (10 carreaux) en 5 unités de temps, soit en 25 bonds. Encore faut-il que la longueur du tapis roulant excède la distance parcourue par Sacco, soit 2 bonds de plus que les 30 qu'il parcourt en 5 unités de temps, **soit 32 bonds ou 160 carreaux**.

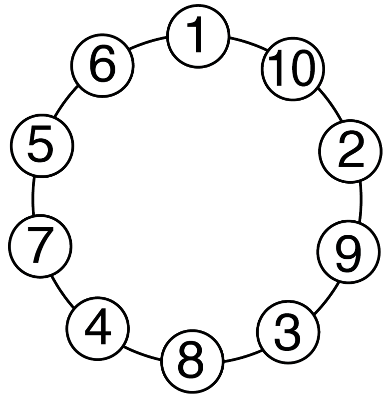
## *La bande des dix*

**(Énigmes à 3 vitesses. Michel Criton, Éditions POLE, 96 pages, 2009)**

**1.** Les colonnes contiennent les paires 1-10, 2-9, 3-8, 4-7 et 5-6, pas forcément dans cet ordre. Dans la première ligne, la seule façon d'obtenir 26 avec des nombres appartenant à des paires toutes différentes est 4 + 5 + 8 + 9.

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{1} & \boxed{4} & \boxed{5} & \boxed{8} & \boxed{9} & \rightarrow & 27 \\ \boxed{10} & \boxed{7} & \boxed{6} & \boxed{3} & \boxed{2} & \rightarrow & 28 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & & \end{array}$$

**2.** Il n'est pas possible que M soit égal à 11, car le nombre 10 doit être encadré par deux nombres différents. On a donc M > 11. Par contre, il est possible de trouver une configuration où M = 12, comme le montre l'exemple représenté ci-contre (il existe une solution symétrique).




**3.** En parcourant le cercle à partir de 1, on rencontre successivement trois groupes de trois chiffres. La somme des neuf nombres qui les composent doit être égale à 54, somme des nombres de 2 à 10. Pour chacun des trois groupes, la somme est inférieure ou égale au nombre M cherché. On a donc $54 \leq 3M$, d'où $M \geq 18$. On ne peut donc espérer faire mieux que 18. La valeur $M = 18$ peut être atteinte comme le montre l'exemple représenté ci-dessous.