

## Problèmes autour du livre (Solutions)

### 1. Le roman de l'année

Supposons que les numéros de pages à un seul chiffre (de 1 à 9) soient précédés de deux 0 et que les numéros à deux chiffres (de 10 à 99) soient précédés d'un 0. Nous compterions alors  $2020 + 18 + 90$ , soit 2119 chiffres. Or  $2119 = 709 \times 3 + 1$ . Le nombre de pages numérotées est donc égal à  $709 + 1$ , soit **710 pages**, le 2020e chiffres étant le 7 de la page 710.

### 2. Histoire d'en lire

On a utilisé 9 caractères d'imprimerie pour numéroté les pages 1 à 9.

On a utilisé  $90 \times 2 = 180$  caractères pour numéroté les pages 10 à 99.

On a donc utilisé 189 caractères pour numéroté les 99 premières pages.

$660 - 189 = 471$ . On a donc utilisé les 471 caractères restants pour numéroté les pages suivantes à partir de la page 100, ce qui nécessite 3 caractères par page.

$471 : 3 = 157$ . On a ainsi numéroté 157 pages de plus.

$99 + 157 = 256$ . Ce livre a **256 pages**.

### 3. Sans « E »

**Dix-huit millions-six.** Les numéros ne comprenant pas la lettre « e » sont : un, trois, cinq, six, huit, dix, dix-huit, vingt, million, milliard.

de un à un million	13 nombres
de un million-un à trois millions	13 nombres
de trois millions-un à cinq millions	13 nombres
de cinq millions-un à six millions	13 nombres
de six millions-un à huit millions	13 nombres
de huit millions-un à dix millions	13 nombres
de dix-millions-un à dix-huit millions	13 nombres
de dix-huit millions-un à dix-huit millions-six	4 nombres
TOTAL	95 nombres

#### 4. Le prix du livre

5% du prix de vente représente 2 100 euros.

$2\ 100 \times 20 = 42\ 000$ , donc le prix de vente total est de 42 000 euros.

$800 \times 32 = 25\ 600$ , le prix de vente des livres en édition de luxe est 25 600 euros.

$42\ 000 - 25\ 600 = 16\ 400$ , le prix de vente des livres de poche est égal à 16 400 €.

$16\ 400 / 2\ 000 = 8,20$ . Donc chaque livre de poche est vendu **8,20 euros**.

#### 5. Pages numérotées

Soit  $n$  le nombre de pages du livre. Les pages collées sont une page de gauche de numéro pair  $2p$  et une page de droite de numéro  $2p + 1$ . Donc la somme de tous les nombres de 1 à  $n$ , hormis  $2p$  et  $2p + 1$ , est égale à 2 003, soit:

$$n(n + 1)/2 - (4p + 1) = 2\ 003.$$

Or,  $2 \leq 2p < n$  d'où  $5 \leq 4p + 1 < 2n + 1$ , ce qui amène à

$$n(n + 1)/2 - (2n + 1) < 2003 < n(n + 1)/2 - 5.$$

Cette double inégalité conduit aux deux inéquations :

$$n^2 - 3n - 4008 < 0 \text{ et } n^2 + n - 4\ 016 > 0.$$

On en déduit que  $62,4 < n < 64,8$ .

Il y a donc deux solutions : ou bien le livre compte **63 pages** numérotées et les pages **6 et 7** sont collées ; ou bien il compte **63 pages** numérotées et les pages **38 et 39** sont collées.

#### 6. L'encyclopédie de Marguerite

Marguerite dessine une fleur sur **23 pages** : 25, 125, 225, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 325, 425, 525, 625, 725, 825, 925, 1025, 1125, 1225.

#### 7. Casse-tête chinois

Le calcul effectué par les auteurs chinois donne :

$$2S = 78,5 \times (13 + 7/9) + (13 + 7/9)^2 \approx 1271,4 \text{ d'où } S \approx 635,7 \text{ unités de surface.}$$

Le calcul effectué avec les formules exactes donne  $S \approx 738$  unités de surface.

L'erreur commise par les auteurs chinois était donc **d'environ 16%**.