

Quand le spectacle pose problèmes

Niveau : ✓ Facile ✓✓ Moyen ✓✓✓ Difficile

Les arts du spectacle, qui incluent souvent le jeu (le jeu des acteurs, mais aussi les jeux de société, la magie, ...) sont l'occasion de poser des énigmes, dont nous vous proposons quelques exemples variés.

Source des problèmes

- 1 - *Spécial Logique* n° 24, 2014. 2 - Compétition Euromath 2012.
- 3 - D'après *Matematicheskaya Smekalka*. Boris Kordemski, 1956.
- 4 - Rallye mathématique Antilles Guyane, 2004.
- 5 - Jeu du matheux confiné, Dominique Souder, 2020.
- 6 & 7 - Championnat des jeux mathématiques et logiques, 1991 & 1999.
- 8 & 9 - D'après *La Recherche* n° 539, 2018 & n° 414, 2007.

1 - Dix personnes à placer ✓

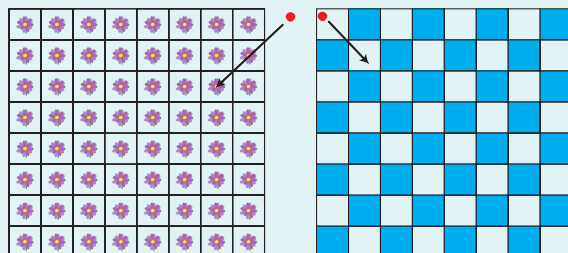
Dans un théâtre, le nombre de façons différentes de placer dix personnes sur une rangée de dix sièges est plus proche de laquelle des valeurs ci-dessous ?
 a) 10^9 b) 40 000 000 c) 3 600 000 d) 20 000 e) 9 000.

3 - Les patineurs ✓✓

Deux élèves patineurs participent à un ballet sur glace. L'une des pistes carrées est décorée à l'aide de 64 fleurs (figure de gauche), tandis que l'autre piste est quadrillée comme un échiquier (figure de droite). Une patineuse entre sur la piste fleurie en partant du rond rouge selon la direction indiquée par la flèche. Elle décrit successivement 14 segments de droite et revient à son point de départ après être passée au moins une fois sur chaque fleur. Il est possible de sortir de l'échiquier et d'y entrer à nouveau au cours du trajet. **Tracez son parcours.**

Le patineur, quant à lui, se lance sur la piste quadrillée comme un échiquier, parcourt toutes les cases blanches et sort de la piste par la case en bas à droite. Son trajet est constitué de 17 segments qui passent au plus une fois par chaque sommet des carrés blancs et qui ne traversent jamais un carré bleu.

Dessinez son parcours.



2 - Arrangez-vous ✓✓

Dans la compétition Euromath, les membres d'une équipe, numérotés de 0 à 6, sont placés face au public, leurs numéros étant visibles, dans l'ordre 5601342. Le but de l'épreuve est que les membres d'une équipe se placent en un nombre minimum de mouvements dans l'ordre croissant de leurs numéros, le joueur 0 (le capitaine de l'équipe) ne jouant pas.



Le joueur numéro 1 avance de quelques pas, se tourne vers ses coéquipiers, demande à deux d'entre eux d'échanger leurs places, puis reprend sa place. C'est ensuite au tour du joueur numéro 2 de faire de même, puis au joueur numéro 3, etc ... jusqu'à ce que le bon rangement soit obtenu.

Combien de joueurs doivent-ils intervenir ?

4 - La nuit des Touloulous ✓

Lors d'une soirée de carnaval, les « Touloulous » sont des femmes travesties de la tête aux pieds, qui ont l'obligation d'inviter les hommes à danser. Au total, soixante personnes ont participé à ce grand bal. Ce soir là, toutes les femmes présentes étaient des Touloulous. Au cours de la soirée :

la première Touloulou a invité 9 hommes, la deuxième Touloulou a invité 10 hommes, la troisième Touloulou a invité 11 hommes... et ainsi de suite jusqu'à la dernière, infatigable qui a dansé avec tous les hommes.

Combien y avait-il de Touloulous à cette soirée ?

5 - Le vieil Hard et la mère ✓✓

Sentant sa fin prochaine, le célèbre comédien Hard, sans descendance, décida d'épouser une jeune fille de cinquante ans sa cadette, laquelle attendit rapidement un heureux événement... Hard convoqua son notaire, et fit son testament. Hard vivait dans une société très matriarcale, ce qui l'influença. Il légua toute sa fortune, soit 805 000 cinoches, à sa femme et au futur enfant. Si c'était une fille, elle aurait $9/19^e$, et la mère $10/19^e$ du legs. Si c'était un garçon, il en aurait $2/7$ et la mère $5/7$.

Hard mourut, et sa femme accoucha de faux jumeaux : une fille et un garçon.

Le notaire décida que la proportion entre la mère et la fille, et celle entre la mère et le fils seraient respectées.

De combien de cinoches hérita la mère ?

7 - La polka des disques ✓✓✓

Deux disques, A de centre O et B de centre P, tangents extérieurement, pratiquent le mouvement de danse suivant, qui comprend deux temps. Le disque A commence par rouler sur B, dans le sens des aiguilles d'une montre, de façon que son centre ait tourné d'un angle α strictement compris entre 0° et 180° autour du point P. Ensuite, c'est au tour de B de rouler autour de A, dans le sens des aiguilles d'une montre, d'un angle $\alpha/2$ autour du point O.

Les partenaires effectuent 10 mouvements complets de cette danse, après quoi ils se retrouvent pour la première fois globalement dans leur position de départ.

Donnez la valeur de l'angle α en degrés.

6 - Le dessous des cartes ✓✓✓

Le grand magicien A. Toukaro aime à faire le tour de cartes suivant : il prend un paquet de 20 cartes, enlève la carte du dessus, et la glisse sous le paquet, puis retourne la suivante sur la table. C'est un as de pique. Il prend la nouvelle carte du dessus, et la glisse sous le paquet, puis retourne la suivante : c'est un as de cœur. Il continue ainsi jusqu'à l'avant-dernière carte du paquet, et, dans l'ordre des couleurs pique, cœur, carreau, trèfle, il fait apparaître successivement les quatre as, puis les quatre rois, les quatre dames, les quatre valets, et les dix de pique, de cœur, et de carreau.

Il ne reste plus alors qu'une carte qu'il retourne enfin : le dix de trèfle, bien sûr !

Mais sauriez-vous indiquer, dans le paquet initial, le nom de la 17^e carte, et le rang du valet de carreau, du dix de trèfle, et du dix de cœur ? On suppose que la carte numéro 1 est celle du dessus du paquet.



8 - Comité des fêtes ✓✓

C'est la rentrée. Dans le lycée que fréquente Mathias, un certain nombre d'élèves s'inscrivent au comité des fêtes, qui est divisé en un certain nombre de groupes : représentations théâtrales, concerts, animations, voyages, etc. On sait que chaque élève du comité doit appartenir à au moins un groupe. Petit « hic », chacun peut en détester jusqu'à deux autres (attention : si Alice déteste Bob, Bob ne déteste pas forcément Alice).

Quel est le plus petit nombre de groupes à constituer pour être sûr de pouvoir faire en sorte que dans chacun, personne ne déteste personne ?

9 - La date de naissance de la grand-mère ✓✓✓

Sur la scène du théâtre, Sam et Pat font leur numéro de télépathie habituel.

Sam a les yeux bandés et tourne le dos au public, tandis que Pat, un micro en main, parcourt la salle.

Elle s'approche d'une grand-mère, qui accompagne son petit-fils.

« Madame, écrivez sur cette feuille les cinq premiers chiffres de votre numéro de sécurité sociale*, demande Pat.

La grand-mère s'exécute.

– Les cinq chiffres sont différents et les trois premiers chiffres forment un nombre multiple de 31, remarque Pat à haute voix.

– Je demande qu'on élève ce nombre au carré, demande Sam.

Pat, munie de sa calculette, s'exécute, et s'exclame :

– Ça alors, le carré s'écrit avec les neuf chiffres de 1 à 9 utilisés chacun une fois !

– Alors, je connais l'année et le mois de naissance de Madame », affirme Sam.

La grand-mère est loin d'être centenaire, mais elle a plus de 60 ans.

En quel mois de quelle année est-elle née ?

* On rappelle que dans un numéro de sécurité sociale français, le premier chiffre indique le sexe (1 pour les hommes ou 2 pour les femmes), les deux suivants les deux derniers chiffres de l'année de naissance, les deux suivants le numéro du mois de naissance (de 01 à 12), les deux suivants le numéro du département de naissance...

Réponses en page 20.