Tangente Éducation 61

Quand le spectacle pose problèmes

(Solutions)

1. Dix personnes à placer

La valeur exacte est 10! = 3 628 800. Plus proche de la **réponse c**.

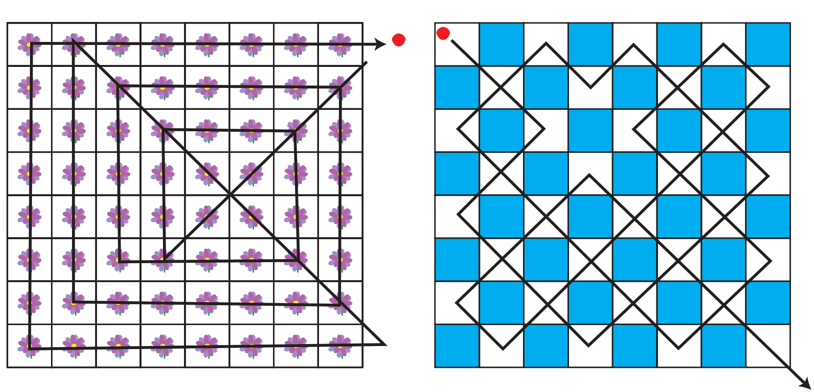
2. Arrangez-vous

Voici une solution en 6 étapes : le numéro en rouge est celui du joueur qui désigne les deux joueurs qui vont permuter (en bleu).

5601342
5601432
5106432
5102436
5120436
5123406
0123456

On ne peut pas le faire en moins de 6 étapes. En effet, aucun joueur n'est bien placé initialement, et aucune permutation entre deux joueurs ne les place correctement.

3. Les patineurs



Il existe plusieurs parcours possibles. Voici ceux proposés par l'auteur du problème. Le parcours de la patineuse suppose qu'elle peut sortir du carré (en bas à droite).

4. La nuit des Touloulous

Soit x le nombre d'hommes présents à cette soirée.
Le nombre de Touloulous est égal à $x - 8$ et $x + (x - 8) = 60$, d'où l'on tire $x = 34$.
On en déduit qu'il y avait **26 Touloulous à cette soiré**

5. Le vieil Hard et la mère

Admettons que la fille hérite de 9 unités, alors la mère en aura 10. Si la mère en avait 5, le fils en aurait 2, donc si la mère en a 10, le fils en aura 4.
On peut donc découper le legs en 9 + 10 + 4 = 23 unités, dont 10 reviennent à la mère. Celle-ci va toucher 805 000 . 10 / 23 = **350 000 cinoches**.

6. Le dessous des cartes

On peut se fabriquer vingt carrés de papier représentant les cartes en question. On prend les cartes dans l'ordre inverse de celui de l'énoncé : 10 de trèfle, 10 de carreau, 10 de cœur, 10 de pique, Valet de trèfle, etc... et on déroule l'algorithme à l'envers: on a le 10 de trèfle dans la main, on ajoute le 10 de cœur, puis on passe le 10 de trèfle dessus ; on ajoute le 10 de carreau, puis on passe la carte du dessous au-dessus du paquet, et on continue... sans se tromper !
Il est clair qu'une fois mises toutes les cartes, l'algorithme de l'énoncé donnera bien l'ordre recherché. Il n'y a plus qu'à regarder l'ordre des cartes dans le paquet ainsi reconstitué :

ordre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
carte	10	A	D	A	V	A	D	A	10	R	V	R	10	R	V	R	10	D	V	D
couleur	♥	♠	♦	♥	♣	♦	♣	♣	♣	♠	♠	♥	♠	♦	♥	♠	♦	♣	♦	♥

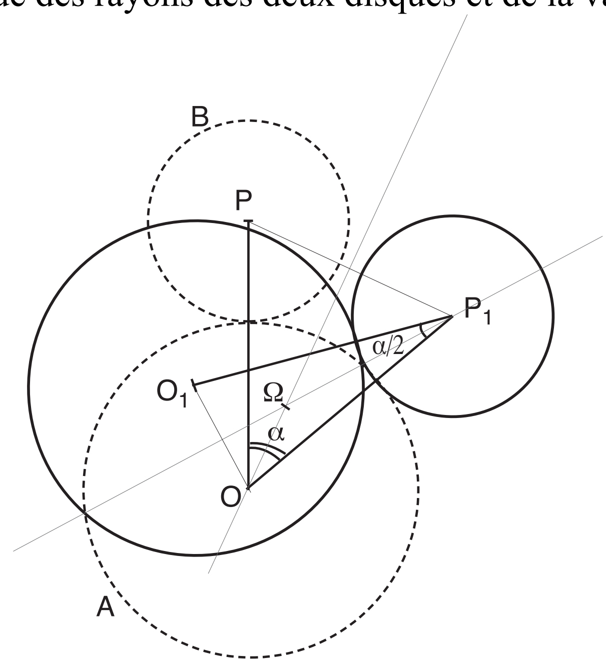
On a finalement

Dix de carreau	Valet de carreau	Dix de trèfle	Dix de cœur
17	**19**	**9**	**1**

7. La polka des disques

Si l'on ne tient pas compte de la rotation des disques sur eux-mêmes, on peut raisonner comme s'il s'agissait d'un système de deux disques tangents assemblés l'un à l'autre de façon rigide.

Les deux déplacement successifs constituant un mouvement constituent une rotation du système d'angle $-3\alpha / 2$, et dont le centre est le point Ω, intersection des médiatrices de $[PP_1]$ et de $[OO_1]$ (voir figure : ce centre de rotation est fixe ; sa position ne dépend que des rayons des deux disques et de la valeur de α).



On doit donc avoir :

$$3 \cdot \frac{10\alpha}{2} = 2k\pi, \quad \text{avec } 3 \cdot \frac{n\alpha}{2} \neq 2k'\pi, \text{ pour } n < 10.$$

L'égalité ci-dessus donne (en degrés) $\alpha = 24k°$.

Il faut donc déterminer les valeurs de k comprises entre 1 et 7, pour lesquelles l'égalité se produit pour la première fois.

La valeur k = 1 convient,

k = 2 ne convient pas, car $3 \times 5 \times 48 / 2 = 360$,

k = 3 convient,

k = 4 ne convient pas, car $3 \times 5 \times 96 / 2 = 720$,

k = 5 ne convient pas, car $3 \times 2 \times 120 / 2 = 360$,

k = 6 ne convient pas, car $3 \times 5 \times 144 / 2 = 1080$,
k = 7 convient.
Le problème possède donc trois solutions : l'angle α vaut **24°, 72° ou 168°.**

8. Comité des fêtes

Il faut constituer 5 groupes au moins.

On ne peut pas descendre en-dessous de 5 groupes. En effet, soient par exemple 5 personnes, telles que la personne i déteste à la fois les personnes $(i + 1)$ et $(i + 2)$ (modulo 5). Alors, si on prend n'importe quel couple de ces 5 là, aucun d'eux ne pourra faire partie du même groupe.

Cinq groupes suffisent. On le démontre par récurrence sur le nombre n de personnes au total.
Si $n = 5$, il est évident qu'il faut 5 groupes.
Hypothèse de récurrence : pour n personnes, 5 groupes suffisent.
Hérédité : passons à un nombre $(n + 1)$ de personnes. Comme chacun de ceux-là en déteste 2, il y a $(2n + 2)$ cas où une personne en déteste un autre. Ainsi, selon le principe des tiroirs, il faudra placer ces $2n + 2$ cas sur $(n + 1)$ personnes. Il y a donc une personne qui sera détestée par deux autres. On l'éliminera provisoirement et on répartira, selon l'hypothèse de récurrence, les n autres en 5 groupes. Quant à la personne restante, elle en déteste 2 autres et elle est détestée par 2. 4 groupes lui sont donc interdits. C'est dans le 5^{e} groupe qu'elle aura sa place.
(Solution d'Elisabeth Busser).

9. La date de naissance de la grand-mère

Le nombre à trois chiffres formé par les trois premiers chiffres du numéro de Sécurité Sociale français d'une femme, est de la forme 2ab. Parmi les multiples de 31, seuls le nombre 248 convient.
Les cinq chiffres étant différents, on peut éliminer les mois 02, 04, et 08.
Le carré ne contenant pas de 0, on peut éliminer 01, 03 et 10 pour le numéro du mois, qui impliqueraient un 0 comme chiffre des dizaines ou des unités du carré.
Le nombre à cinq chiffres cherché est donc compris entre 24804 et 24812.
On en déduit que les trois premiers chiffres du carré sont 615.
Le numéro du mois de naissance ne peut être 05 qui introduirait un deuxième 5 au rang des unités du carré, ni 06, qui donnerait un deuxième 6, ni 09 ou 11 qui

introduiraient un deuxième 1 au rang des unités du carré, ni 12 qui donnerait un carré se terminant par 44.
Il reste donc un seul nombre à tester : 24807.
On vérifie que $24807^2 = 615387249$ qui contient bien tous les chiffres de 1 à 9.
La grand-mère est donc née en **juillet 1948**.